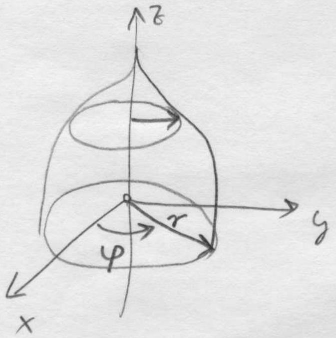
2. Beispiel Bewegung eines Massenpunktes auf einem Rotationskörper → Zylinderkoordinaten



In Zylinderkoordinaten r, φ, z ist die

Oberfläche gegeben durch $r(z)$ oder ebenso $z = z(r)$

$$T = \frac{1}{2} m \left[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right]$$

Zwangsbedingung: $\underline{z = z(r)}$ ist gegeben durch die Form des Rot-Körpers

$$x = r\cos\varphi \qquad \dot{x} = \dot{r}\cos\varphi - r\sin\varphi\,\dot{\varphi}$$
$$y = r\sin\varphi \qquad \dot{y} = \dot{r}\sin\varphi + r\cos\varphi\,\dot{\varphi}$$
$$z \qquad \dot{z} = \dot{z}$$

$q_1 = r;$ $\qquad \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$

$q_2 = \varphi;$ $\qquad \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{dz}{dr}\dfrac{dr}{dt} = z_r'\,\dot{r}$

$$T = \frac{1}{2} m \left[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + z_r'^2\,\dot{r}^2\right] =$$

$$T = \frac{1}{2} m \left[\underbrace{(1 + z_r'^2)}_{a_{11}(r)}\dot{r}^2 + \underbrace{r^2}_{a_{22}\,\varphi}\dot{\varphi}^2\right];$$