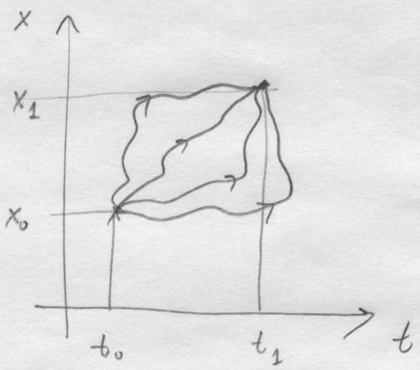
Für die freien Bewegung eines Teilchens zeigen wir, daß das Extremum der Wirkung wirklich ein Minimum ist.



"Hamiltonsche Prinzip"

$$\phi = \int_{t_0}^{t_1} \left[\tfrac{1}{2} m \dot{x}^2 \right] dt \quad \text{ist} \overset{!}{\text{ Minimum}}$$

$$\vec{x}(t) \rightarrow \vec{x}_{cl}(t) + h(t) \;; \quad h(t_0) = 0, \quad h(t_1) = 0;$$

$$\frac{\delta \phi}{\delta h} = 0; \qquad \left. \frac{\delta^2 \phi}{\delta h^2} \right|_{x(t)} \overset{!}{<} 0$$

$$\phi(x+h) = \int_{t_0}^{t_1} \tfrac{1}{2} \left[\dot{x}_{cl}(t) + \dot{h}(t) \right]^2 m \; dt =$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} \left[\tfrac{1}{2} m \dot{x}_{cl}^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2 m \dot{x}_{cl} \dot{h}(t) + \tfrac{1}{2} \dot{h}(t)^2 m \right] dt =$$

$$= \phi_{cl} + \underbrace{m \int_{t_0}^{t_1} \dot{x}_{cl} \dot{h}}_{f g'} + \tfrac{1}{2} m \int_{t_0}^{t_1} \dot{h}^2(t) \, dt$$

$$= \phi_{cl} \underbrace{- m \int_{t_0}^{t_1} \ddot{x}_{cl} h \, dt}_{=0} + \underbrace{\dot{x} h \Big|_{t_0}^{t_1}}_{=0} + \tfrac{1}{2} m \int_{t_0} \dot{h}^2(t) \, dt > \phi_{cl};$$

$\uparrow$ min.

$\uparrow$

$$\frac{\partial L}{\partial x_{cl}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{cl}} = 0;$$

$$- m \ddot{x}_{cl} = 0;$$

$\leftarrow$ Übungsaufgabe;