

Übungen zur Einführung in die Computerphysik

SS 2005, Dozent: R. Spurzem

Blatt 9

Abgabe der Hausaufgabe bis Mittwoch, 22.7.2004 12.00 Uhr

Präsenzübung

Listenmanipulation in Mathematica, Logistische Abbildung

- Erzeugung von Listen rekursiver Funktionen (`NestList`)
- `Thread`, `Flatten`: Erzeugen und Entfernen von Substrukturen einer Liste
- Anwendung von Funktionen auf Listenelemente
- Erzeugung von Listen der logistischen Abbildung, Plotten der Punkte mit `ListPlot` o.ä.
- Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und deren Iterierte $f^{(2^n)}$. Machen Sie sich anhand der Plots klar, wie durch Variation von r stabile und superstabile Fixpunkte von f und seinen Iterierten (für bestimmte r) auftreten.
- Üben Sie die graphische Darstellung des Attraktors

Hausaufgabe 20 Punkte

Durch Rauschen gestörte logistische Abbildung

(Anmerkung: Teile der Aufgabe sind auch mit Mathematica lösbar; in dem Falle können Sie ein Mathematica-Notebook abgeben. Eine Lösung durch eigenes Programmieren und Plotten ist natürlich ebenso in Ordnung)

Es wird die Abbildung $x_{n+1} = f(x_n)$ untersucht mit

$$f(x) = |4rx(1-x) + \epsilon\xi(x)| \quad (0.1)$$

wobei $\xi(x)$ eine im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsvariable ist. (Verwendung der Numerical Recipes Routine, wird bereitgestellt, oder der Mathematica Funktion `Random[]`). $\xi(x)$ und $\xi(x')$ sollen unabhängig voneinander sein für $x \neq x'$. Dadurch wird der bekannten logistischen Abbildung ein Rauschen aufgeprägt, dessen Stärke durch $\epsilon = 0.01, 0.001, 0.0001$ variiert werden soll.

- Plotten Sie f , $f^{(2)}$, und $f^{(4)}$ (1,2,4-fach Iterierte!) für je zwei verschiedene r - und ϵ -Werte Ihrer Wahl. Welchen Einfluß hat das Rauschen auf die Fixpunkte? (5 Punkte)
- Berechnen Sie den Attraktor im Bereich $0.7 \leq r \leq 1$. Erzeugen Sie dazu 500 Iterierte zu einem beliebigen Anfangswert und werfen Sie die ersten 100 als Transiente. (5 Punkte)
- Stellen Sie den Attraktor graphisch dar. Welchen Einfluß hat das Rauschen auf das Verhalten des Systems (Vergleich mit ungestörtem System). (5 Punkte)
- Den Ljapunov-Exponenten λ kann man mit Hilfe der Darstellung

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln |f'(x_i)|$$

berechnen, wobei f' die Ableitung der Funktion und x_n die Iterierten zu einem gegebenen Anfangswert bezeichnen. Berechnen Sie den Ljapunov-Exponenten für das System ohne Rauschen im Bereich $0.7 \leq r \leq 1$ und stellen Sie ihn graphisch dar (es genügt $n = 400$). (5 Punkte)